



TITLE:

Sparse Optimal Control for Continuous-Time Dynamical Systems(Abstract_要旨)

AUTHOR(S):

Ikeda, Takuya

CITATION:

Ikeda, Takuya. Sparse Optimal Control for Continuous-Time Dynamical Systems. 京都大学, 2019, 博士(情報学)

ISSUE DATE:

2019-03-25

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k21916>

RIGHT:

様式VI

博士学位論文調査報告書

論文題目 Sparse optimal control for continuous-time dynamical systems
(連続時間システムに対するスパース最適制御)

申請者氏名 池田卓矢

最終学歴 平成28年3月
京都大学大学院情報学研究科 複雑系科学専攻修士課程 修了
平成31年3月
京都大学大学院情報学研究科 数理工学専攻博士後期課程
研究指導認定見込

学識確認 平成 年 月 日 (論文博士のみ)

論文調査委員 京都大学大学院情報学研究科
(調査委員長) 加嶋健司 准教授

論文調査委員 京都大学大学院情報学研究科
太田快人 教授

論文調査委員 京都大学大学院情報学研究科
山下信雄 教授

(続紙 1)

京都大学	博士（情報学）	氏名	池田卓矢
論文題目	Sparse optimal control for continuous-time dynamical systems （連続時間システムに対するスパース最適制御）		
(論文内容の要旨)			
<p>This thesis investigates an optimal control problem for continuous-time dynamical systems with the L0 control cost. This cost functional penalizes the length of the support of control variables. Then, the optimization based on the criteria tends to make the control input identically zero on a set with positive measures. Such an optimal control is called L0 optimal control or sparse optimal control. As a characteristic of this thesis, the sparsity of continuous-time signals in a functional space is considered. In other words, the main problem is mathematically defined on an infinite-dimensional space, as opposed to a large body of literature in the field of sparse modeling. This thesis consists of 6 chapters.</p> <p>Chapter 1 firstly gives an introduction on the sparse optimization problem. Motivations and previous studies are mentioned. After that, the main contribution and the overview of this thesis is described.</p> <p>Chapter 2 investigates the L0 optimal control that steers the state from a point to a point over a finite horizon for continuous-time linear systems. As a characterization of the optimal control, a relationship theorem among the L_p optimal control problems with $p \in [0, 1]$ is obtained. This main result claims that the L0 optimal control is equivalent to the L_p optimal control with any $p \in (0, 1)$ and is also equivalent to the L1 optimal control under a certain unflatness assumption on the impulse response of the system of interest. In general, the set of all L0 optimal controls is a subset of the set of all L1 optimal controls. The obtained theorem is derived based on an insight from existing literature for finite-dimensional systems. Therefore, the theorem naturally extends the existing results to general linear systems including infinite-dimensional systems. In addition to the characterization, two numerical algorithms for the sparse optimization problem are provided, which is based on the alternating direction method of multipliers and the successive linearization.</p> <p>In Chapter 3 and Chapter 4, the sparse optimization problem is applied to the control of multi-agent systems. Chapter 3 investigates a novel optimal control problem that aims to maximize a quantitative metric of the controllability when control inputs are constrained in terms of the L0 norm. For the metric of the controllability, the trace of the controllability Gramian is adopted. This quantity is closely related to the average energy required to steer the system in all directions in the state space. The control inputs are thus penalized by not only the L0 cost but also the L2 cost. This optimization framework is compatible with control node selection problem and newly characterizes time-varying control nodes that achieve high controllability when the L0 cost of the exogenous control input is constrained.</p>			

Chapter 4 discusses a consensus problem and proposes a distributed control algorithm based on the sparse optimal control and the sampled-data state observation for continuous-time multi-agent systems. To put it briefly, the proposed control tracks a consensus control for an associated discrete-time multi-agent system while minimizing the L0 cost of control inputs. Over each sampling interval, each agent is steered to a point that is indicated by the associated discrete-time system. This chapter rigorously shows the feasibility of the proposed algorithm and a condition of the consensus in the continuous-time domain.

Chapter 5 investigates a sparse optimal control for non-linear systems. Compared to the previous chapters, this chapter characterizes the sparse optimal control in a feedback framework. The approach is based on the dynamic programming approach, and the optimal control is analyzed via the value function. Since, in general, the value function is not differentiable in the domain because of the non-smoothness of the L0 cost functional, this chapter characterizes the value function as a viscosity solution to the associated Hamilton-Jacobi-Bellman equation. Based on the result, a sufficient and necessary condition for the L0 optimality is derived, which immediately gives the optimal feedback map. In addition, the relationship with the associated L1 optimal control problem is considered, and an equivalence theorem is shown in view of the value function.

Chapter 6 finally offers concluding remarks. The contributions and their limitations are outlined, and possible future developments are provided.

注) 論文内容の要旨と論文審査の結果の要旨は1頁を38字×36行で作成し、合わせて、3,000字を標準とすること。

論文内容の要旨を英語で記入する場合は、400～1,100 wordsで作成し
審査結果の要旨は日本語500～2,000字程度で作成すること。

(論文審査の結果の要旨)

本研究は連続時間システムに対するスパース最適制御問題についてまとめたものである。従来よりスパース最適化分野では、有限次元のベクトルを決定変数とする問題が扱われている。近年、申請者の所属する制御分野においてもスパース最適化手法が応用されつつあるが、その多くは従来の枠組みに帰着される問題を議論している。これに対して、本論文では、無限次元空間上のスパース最適化問題を提案および解析しており、従来手法では議論できない、連続時間のスパースな信号を扱うことが可能である。本論文で得られた主な成果は以下の通りである。

(1) 一般の連続時間線型システムに対するスパース最適制御問題を定式化し、その最適解を L_p 最適解との関係性から数理的に特徴付けた。スパース最適化分野では、数値計算量的な困難から従来より幾つかの緩和問題への妥当性が議論されているが、本論文は無限次元空間上のスパース最適化問題に関する研究で初めて L_p 最適解の包含関係を証明した。特に、スパース最適化分野で標準的に議論される L_1 最適解との等価性が成立するための条件も導出しており、学術的に意義が認められる。

(2) 上記の結果を、ノード選択問題や合意制御問題を題材としたマルチエージェントシステムの制御へと応用した。ノード選択問題では、個数制約を満たす中で興味のある制御性能を最大化する従来のスパース最適化問題に対して、外部入力に課せられる通信容量制約を新たに勘案したスパース最適化問題を提案している。提案手法により、時間に応じて最適な時変制御ノードを抽出することが可能となる。また合意制御問題では、新しい省エネルギー技術としての分散制御器を提案している。

(3) ある種のスパース最適化問題に対して、現在の状態値から最適入力値を獲得するための状態フィードバック制御則を与えた。本論文の主問題では、値関数 (Value function) の微分可能性が保証できないために、対応するHamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程式の古典解として値関数を扱うことができない。そこで、本論文では値関数がHJB方程式の粘性解となることを証明し、終端コストに適切な連続性を仮定することで、フィードバック則を特徴付けている。スパースな制御則のフィードバック表現に関する研究では、主に緩和問題が扱われており、 L_0 コストを直接解析して得られた結果は本論文が初めてのものである。

以上の理由から、本論文には動的システムの制御のためのスパース最適化分野において高い新規性が認められ、その成果は学術上寄与するところが少なくない。

よって、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。また、平成31年2月14日に論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果、合格と認めた。

注) 論文審査の結果の要旨の結句には、学位論文の審査についての認定を明記すること。更に、試問の結果の要旨(例えば「平成 年 月 日論文内容とそれに関連した口頭試問を行った結果合格と認めた。」)を付け加えること。

Webでの即日公開を希望しない場合は、以下に公開可能とする日付を記入すること。
要旨公開可能日： 年 月 日以降